$P(\alpha)=0 \Leftrightarrow \alpha^3-(3+4i)\alpha^2-4(1-3i)\alpha+12=0$

$$\Leftrightarrow (\alpha^3-3\alpha^2-4\alpha+12)+i(-4\alpha^2+12\alpha)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha^3-3\alpha^2-4\alpha+12=0 & (1) \\ -4\alpha^2+12\alpha=0 & (2) \end{cases}$$

$(2) \Leftrightarrow \alpha(-4\alpha+12)=0 \Leftrightarrow \alpha=0 \text{ ou } \alpha=3$

Vérifions dans (1) pour $\alpha=3$.

$(3)^3-3(3)^2-4.3+12=27-27-12+12=0$

D'où 3 est une solution réelle de E.

2) 3 est une solution de E⇒

$P(z)=(z-3)\left[z^2+b.z+c\right]$

$P(z)=z^3+(b-3)z^2+(c-3b)z-3c$

Identifions

On aura : $\begin{cases} b-3=-(3+4i) \\ c-3b=-4(1-3i) \\ -3c=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4i \\ c=-4 \end{cases}$

D'où : $P(z)=(z-3)\left[z^2-4iz-4\right]$

$(E) \Leftrightarrow (z-3)(z^2-4iz-4)=0 \Leftrightarrow z=3 \text{ ou } z^2-4iz-4=0 \Leftrightarrow z=3 \text{ ou } (z-2i)^2=0 \Leftrightarrow z=3 \text{ ou } z=2i$

$S_C=\{3;2i\}$.

EX 19 :

$(E): z^3=2+11i$

1) $(2+i)^3=2^3+3.2^2i+3.2(i)^2+i^3=8+12i-6-i=2+11i$

D'où $z_0=2+i$ est solution de (E)

2)

$(E) \Leftrightarrow z^3-(2+11i)=0$

Soit $f(z)=z^3-(2+11i)$

On a : $f(2+i)=0$ D'où $f(z)=\left[z-(2+i)\right].\left[z^2+bz+c\right]$

$f(z)=z^3+(b-2-i)z^2+\left[c-b(2+i)\right]z-c(2+i)$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn